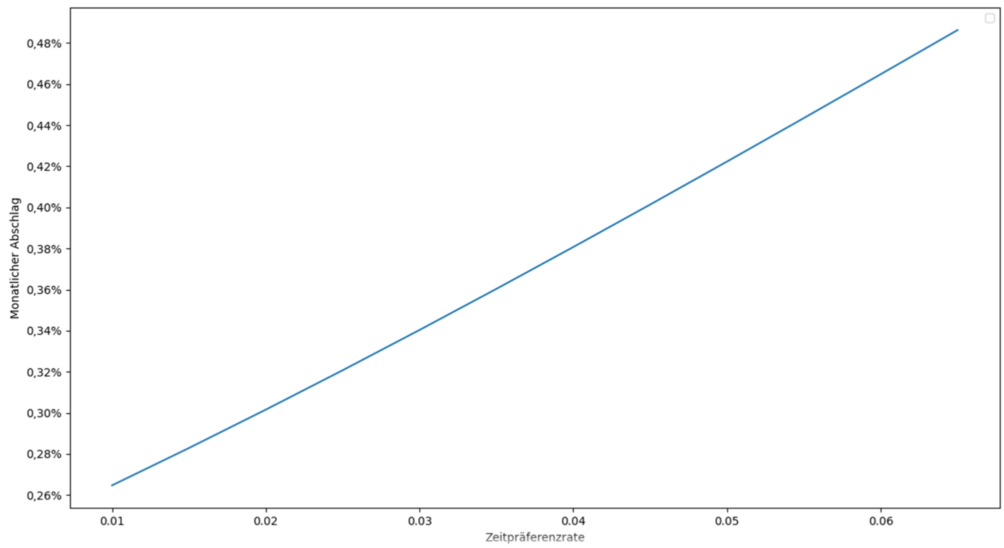
Appendix A: Abhängigkeit der Anreizneutralen Abschläge von der Zeitpräferenzrate

In diesem Appendix werden die Ergebnisse der Berechnungen der Abschläge mithilfe der Gleichung 15 für unterschiedliche Zeitpräferenzraten dargestellt. Die Berechnung der Abschläge erfolgt nur für eine im Jahr 1964 geborene Frau, die überlegt, nach Vollendung des 63. Lebensjahres ihre Rente in Anspruch zu nehmen. Verwendet wird nur die Variante 2 der in Abschn. 5 benutzten Kohortensterbetafeln unter der Annahme von jährlichen Rentenanpassungen von 2,5%. Bei einer Zeitpräferenzrate von 3% bzw. 5% ergibt sich ein Gesamtabschlag von 16,3% bzw. 20,3%. Abb. 1 zeigt die Abhängigkeit der monatlichen Abschläge von der Zeitpräferenzrate.

Abb. 1: Anreizneutrale Abschläge in Abhängigkeit von der Zeitpräferenzrate



Appendix B: Einige Formeln aus den Modellrechnungen

Im Folgenden werden einige Formeln angegeben, die in Abschn. 6 aus Lesbarkeitsgründen weggelassen wurden. Um die Vergleichbarkeit der Ergebnisse mit denen von Knell[64] zu erleichtern, wird so weit wie möglich eine ähnliche Notation wie dort verwendet. Es seien C, m, α, β, γ und ρ wie in Abschn. 6. Mit $S(a)$ wird die Wahrscheinlichkeit, mit der eine Person in den in Abschn. 6 betrachteten Modellen bis zum Alter a überlebt und mit ω das maximale Alter bezeichnet. Weiterhin wird $\mathrm{R}^* := \mathrm{C} + m$ gesetzt. Der Beitragssatz im Basismodell ist gegeben durch

$$\mathrm{b} := \rho \frac{e^{\mathrm{R}^*(\beta-\gamma)} \int_{\mathrm{R}^*}^{\omega} e^{a(\gamma-\alpha-\beta)} S(a)\mathrm{d}a}{\int_{\mathrm{C}}^{\mathrm{R}^*} \mathrm{e}^{-\alpha a} S(a)\mathrm{d}a}.$$

(Formel B1)

Für Modelle mit flexibler Altersgrenze wird mit $f(R)$ die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person im Alter R ihre Rente in Anspruch nimmt, bezeichnet. Der Beitragssatz im Modell mit flexibler Altersgrenze und ohne Weiterarbeit nach der Verrentung ist gegeben durch

$$\frac{\rho}{\mathrm{R}^* - A} \frac{\int_{\mathrm{C}}^{\omega} f(R)\mathrm{Z}(R)(R-\mathrm{C})\mathrm{e}^{R(\beta-\gamma)} \int_{R}^{\omega} \mathrm{e}^{a(\gamma-\alpha-\beta)} S(a)\mathrm{d}a\mathrm{d}R}{\int_{\mathrm{C}}^{\omega} \mathrm{e}^{-\alpha R} S(R) - f(R) \int_{R}^{\omega} \mathrm{e}^{-\alpha a} S(a)\mathrm{d}a\mathrm{d}R}$$

(Formel B2)

[64] Knell, a.a.O.

Der beitragssatzneutrale Zugangsfaktor in diesem Modell ist

$$\mathrm{Z}(R) = \frac{\mathrm{R}^* - \mathrm{C}}{R - \mathrm{C}} \frac{b}{\rho} \frac{\int_{\mathrm{C}}^{R} \mathrm{e}^{-\alpha t} S(t) \mathrm{d}t}{\int_{R}^{\omega} \mathrm{e}^{(\gamma - \alpha - \beta) t} S(t) \mathrm{d}t} \mathrm{e}^{-(\beta - \gamma) R}. \qquad \text{(Formel B3)}$$

Der Beitragssatz im Modell mit flexibler Altersgrenze und mit Weiterarbeit bis zur

Regelaltersgrenze ist gegeben durch

$$\frac{\rho}{R^* - \mathrm{C}} \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{D}} \qquad \text{(Formel B4)}$$

mit

$$\begin{aligned} N \; &= \int_{\mathrm{C}}^{\omega} f(R) Z(R) (R - \mathrm{C}) \mathrm{e}^{R(\beta - \gamma)} \int_{R}^{\omega} \mathrm{e}^{a(\gamma - \alpha - \beta)} S(a) \mathrm{d}a \mathrm{d}R \\ &+ \int_{A}^{\mathrm{R}^*} f(R) (\mathrm{R}^* - R) \mathrm{e}^{\mathrm{R}^*(\beta - \gamma)} \int_{\mathrm{R}^*}^{\omega} \mathrm{e}^{a(\gamma - \alpha - \beta)} S(a) \mathrm{d}a \mathrm{d}R \end{aligned} \qquad \text{(Formel B5)}$$

und

$$
\mathrm{D} = \int_{\mathrm{C}}^{\omega} \mathrm{e}^{-\alpha R} S(R) - f(R) \int_{R}^{\omega} \mathrm{e}^{-\alpha a} S(a) \mathrm{d}a \mathrm{d}R
$$

$$
+ \int_{\mathrm{C}}^{\mathrm{R}^*} f(R) \int_{R}^{\mathrm{R}^*} \mathrm{e}^{-\alpha a} S(a) \mathrm{d}a \mathrm{d}R. \qquad \text{(Formel B6)}
$$

Der beitragssatzneutrale Zugangsfaktor in diesem Modell ist

$$
\mathrm{Z}(R) = \frac{\mathrm{R}^* - \mathrm{C}}{R - \mathrm{C}} \frac{b}{\rho} \frac{\int_{\mathrm{C}}^{R} \mathrm{e}^{-\alpha t} S(t) \mathrm{d}t}{\int_{R}^{\omega} \mathrm{e}^{(\gamma - \alpha - \beta) t} S(t) \mathrm{d}t} \mathrm{e}^{-(\beta - \gamma) R}. \qquad \text{(Formel B7)}
$$

für $R > \mathrm{R}^*$ und

$$
\mathrm{Z}(R) = \frac{\mathrm{R}^* - \mathrm{C}}{R - \mathrm{C}} \frac{b}{\rho} \frac{\int_{\mathrm{C}}^{\mathrm{R}^*} \mathrm{e}^{-\alpha t} S(t) \mathrm{d}t}{\int_{R}^{\omega} \mathrm{e}^{(\gamma - \alpha - \beta) t} S(t) \mathrm{d}t} \mathrm{e}^{-(\beta - \gamma) R}
$$

$$
- \frac{\mathrm{R}^* - R}{R - \mathrm{C}} \frac{\int_{\mathrm{R}^*}^{\omega} \mathrm{e}^{(\gamma - \alpha - \beta) t} S(t) \mathrm{d}t}{\int_{R}^{\omega} \mathrm{e}^{(\gamma - \alpha - \beta) t} S(t) \mathrm{d}t} \mathrm{e}^{(\beta - \gamma)(\mathrm{R}^* - R)} \qquad \text{(Formel B8)}
$$

für $R < \mathrm{R}^*$.